פתרונות פונדמנטליים

נמצא את הפתרונות הפונדמנטליים של המערכת הבאה(מעל ):

משתנים מובילים לכן חופשיים

1. פתרון פונדמנטלי ראשון . נקבל את הפתרון
2. פתרון פונדמנטלי שני . נקבל את הפתרון
3. פתרון פונדמנטלי שלישי . נקבל את הפתרון

נציין(נדע להוכיח בהמשך) שהפתרון הכללי של המערכת הוא

# הקשר בין מערכת משוואות הומוגנית למערכת לא הומוגנית

נתונה מערכת של m משוואות בn נעלמים מהצורה ()  
נתון הפתרון של המערכת ההומוגנית.  
 הפתרונות של המערכת הלא הומוגנית.

הוכחתם בכיתה את המשפט הבא:

אם אזי :

## דוגמה

פתרון מסויים לL הוא אוסף הפתרונות הכללי של L הוא

## עוד דוגמה

נתבונן במערכת

אפשר לראות ש פתרון של המערכת. נראה ש

### נפתור את המערכת הלא הומוגנית

משתנים חופשיים. נסמם . נציב במשוואות ונקבל:

### קיבלנו

### הערה

הטענה נכונה לכל במקרה שלנו ההוכחה היתה קלה אך באופן כללי יש להראות הכלה דו כיוונית.

# תרגיל 3.4(עמ' 17)

ג) הוכיחו => (# - מספר האיברים בקבוצה)

## הוכחה

ולכן קיים ומתקיים כלומר . ווקטור קבוע ונתון ולכן

# סעיף ד'

מצאו מקרה בו

## תשובה

למשל – אין פתרון. – פתרון אחד.  
בכתיב מטריצות ,

# סעיף ה'

מצאו מקרה בו

## תשובה

=> => אין פתרון

=> => הפתרון

# סעיף ו'

מצאו מקרה בו

## תשובה

אותה מערכת כמו קודם רק מעל :

פעולות אלמנטריות ופעולות שורה

# הגדרה

פעולה על מטריצה נקראת "פעולת שורה אלמנטרית" אם היא מבצעת אחת משלוש הפעולות הבאות:

1. (חיבור שורה עם כפולה של שורה אחרת)
2. (, הכפלת שורה בסקלר 0)
3. (החלפת שורות)

במקרה כזה המטריצה נקראת מטריצת שורה אלמנטרית(או מטריצה אלמנטרית)

# דוגמאות

1. נניח שיש לנו מטריצה נניח שאנחנו רוצים לבצע . נסתכל על מטריצת היחידה מסדר .   
   הטענה:
2. נניח שיש לנו מטריצה שאנו רוצים לדרג :  
   פעולות השורה האלמנטריות הן מתקיים:   
   כלומר

## הערה

כל הדיון הנ"ל תקף גם לפעולות עמודה, רק שהכפל ב מתבצע מימין.

# תרגיל 6.7(עמ' 25)

תהא פעולת שורה אלמנטרית.

1. הוכיחו: לכל מטריצה מתקיים כאשר . הסיקו שלכל זוג מטריצות(כך שהכפל מוגדר) A,B מתקיים

## פתרון

ישנן 3 פעולות שורה. נוכיח רק לגבי אחת מהן ()

(תזכורת – תרגיל 3.6 ב'):

לכן

# סעיף ב'

המטריצה הפיכה ומתקיים כאשר היא הפעולה ההפוכה ל

## הוכחה

*באופן דומה אם פעולת שורה אלמנטרית אז גם פעולת שורה אלמנטרית לכן:*

# הגדרה

העִקְבָּה (trace) של מטריצה ריבועית היא סכום איברי האלכסון:

## תכונות

## הוכחה

נסמן , (נניח ), ,

# תרגיל (עמ' 21)

הוכיחו שאין מטריצות עבורן . האם הטענה נכונה לכל שדה?

## הוכחה

נניח בשלילה שקיימות , .

אזי

קיבלנו וזו סתירה

הטענה אינה נכונה לכל שדה. למשל עבור : ניקח :